

Geometric Aspects of Gauge Algebroids and T-duality in String Theory

分子科学専攻 量子物理学

DS-20902 森 遥

現代物理において、初期宇宙は非常に小さく、かつ高エネルギーであったとされる。その時空構造を紐解くことは、興味深い問題のひとつである。現在の宇宙の様子、すなわちマクロな時空の構造は一般相対性理論によって記述されるが、この理論には適用限界がある。高エネルギー領域でのミクロな時空を記述するには一般相対性理論の拡張を行い、量子重力理論を構築する必要がある。量子重力理論の最有力候補が超弦理論である。

超弦理論では、プランク長 (10^{-34}m) の弦を用いて時空の構造を調べる。また、超弦理論には無矛盾だが一見すると異なる枠組みが5つ存在し、それらはいくつかの双対性を通して結びつく。特に、T双対性は弦がコンパクトな空間に巻きつくことに由来する、弦理論に特有な双対性である。T双対性は理論同士の間接な関係を示すものであり、超弦理論ではあらわに見ることができない。近年、双対性に着目した重力理論がいくつか提唱されており、これらは総称して Extended Field Theory (ExFT) と呼ばれる。その中でも、Double Field Theory (DFT) は、T双対性に着目した新しい重力理論である。DFTの特徴は、通常の物理的な空間を表す x 座標系と、弦の巻き付きに由来する \tilde{x} 座標系のふたつを持った、倍化された座標上で定義されていることである。これは端的に言えば、弦の巻き付きによる効果を考慮する形で一般相対性理論を拡張したものと思ってよい。この座標系のもとで、T双対性は x と \tilde{x} の入れ替えとして明示される。また、時空の自由度を増やしたことと引き換えに、DFTは拘束条件をもつ。この条件は、倍化された空間から、通常の物理的な空間を選択する意味合いがある。

一般相対性理論が、リーマン幾何学を用いて定式化されたように、時空構造を理解する上で、幾何学と重力理論は密接に関係する。DFTも背景になんらかの幾何学的描像をもっているべきであるが、先に述べたような x 座標と \tilde{x} 座標が共存する DFTの座標系は、リーマン幾何学では記述しきれない。このような空間の幾何学は、倍化幾何学 (doubled geometry) と呼ばれ、para-Hermitian 幾何学や Born 幾何学などと関連している。DFTに対しての倍化幾何学に限らず、一般に ExFT に対する幾何学的な描像が考察されており、これらは extended geometry と呼ばれている。

本論文では、DFTという理論が持つ局所対称性に注目して、DFTの理論構造やその幾何学について議論する。一般的には、ある理論が局所対称性を持つならば、それは数学的には群の代数構造と関連する。ところが、DFTの局所対称性からは、代数構造ではなく、その一般化である亜代数 (algebroid) 構造が現れることが知られている。まずは、亜代数のもつ直和構造について明らかにする。また、DFTの構造から、亜代数の twist と呼ばれる変形についても議論する。これは、量子群の分野でよく知られた、Hopf代数の Drinfel'd double の拡張として解釈される。また、この構造を倍化された空間の上で具体的に明示する。これより DFTの持つ拘束条件の代数的な起源は、亜代数がもつ直和構造から明らかになることがわかった。